

# Modélisation de la chronique de la Provision pour Participation aux Bénéfices depuis 2000

## I - Objet de l'étude

### Problématique

Dans cette étude, nous modélisons l'évolution de la Provision pour Participation aux Bénéfices de différents millésimes d'investissement réalisés par les sociétés d'assurance-vie depuis 2000.

Afin de mesurer cette évolution, nous avons simplifié à l'extrême l'activité d'assurance-vie, en nous plaçant du point de vue d'un assureur, démarrant son activité en 2000 et créant chaque année un unique contrat en euros intégralement investi en OATs. Au terme de la période d'investissement de 8 ans, nous mesurons la performance de ce contrat dans le bilan de l'assureur. Pour l'année  $i$ , le contrat ouvert au 2 janvier  $i$  est noté  $C_i$  dans la suite du document.

## II - Modélisation de la performance de l'assurance vie

### Description de l'investissement

**Au 2 janvier de l'année  $i$** , le contrat  $C_i$  investit 100 dans une OAT de maturité 8 ans. Cette OAT a les caractéristiques suivantes :

- Maturité : 02/01/ $i+8$ ;
- Emission : au pair;
- Coupon : égal au rendement moyen<sup>1</sup> des OAT 8 ans et noté  $TR_i$ .

**Entre l'année  $i$  et  $i+8$** , l'assureur dans la gestion de son actif :

- perçoit le coupon  $TR_i$  chaque année  $j \in i; i+1; \dots; i+8$ ;
- investit au 02/01/ $j$ , le coupon perçu au titre de l'année  $j-1$  dans une obligation dont le rendement,  $TR_j$ , est celui de l'OAT à 8-j ans de l'année  $j$ .

**Concernant la gestion de son passif** nous faisons l'hypothèse qu'aucun retrait n'est effectué au cours des huit premières années. Ainsi, les intérêts rémunérant le détenteur du contrat  $C_i$  pour l'année  $j$  sont égaux à l'encours de  $C_i$  multiplié par  $TC_j$ , le taux de capitalisation moyen publié par la FFSA pour l'année  $j$ . Ces intérêts viennent s'ajouter à l'encours du contrat en fin d'année.

**A l'année  $i+8$** , l'assureur verse au détenteur du contrat  $C_i$ , le montant de l'encours du contrat. Nous mesurons alors l'impact de cet investissement sur les comptes de l'assureur, via la provision pour participation aux bénéfices, notée  $PPB_i$ <sup>2</sup>,

1. Ce taux est issu d'un calcul annexe effectué à partir des bases de données internes d'Infra Gestion. Il correspond à la moyenne des taux d'OAT 8 ans sur les six mois précédents et suivants le 02/01/ $i$ .

2. A noter que la provision pour participation aux bénéfices peut être positive (l'assureur réalise un bénéfice) ou négative.

3. Le coefficient de corrélation que nous obtenons entre les deux termes de la relation appliquée à notre échantillon de valeurs est supérieur à 0,995.

égale à  $PPB_i = M_{actif}^i - M_{passif}^i$ , avec :

$$\begin{aligned} - M_{actif}^i &= 100 \times (1 + 8 \times TR_i + \\ &\sum_{j=2+i}^{i+8} (8 + i - j + 1) \times TR_i \times TR_j \times \prod_{k=2+i}^{j+i-1} (1 + TR_k) \\ - M_{passif}^i &= 100 \times \prod_{j=1}^8 (1 + TC_j) \end{aligned}$$

**NB :** En simplifiant ces formules, nous déduisons la relation de corrélation<sup>3</sup> qui existe entre la provision pour participation aux bénéfices, le taux  $TR_i$  et les taux  $TC_k$ ,  $k \in i; i+1; \dots; i+8$  :

$$PPB_i \approx 8 \times TR_i - \sum_{k=i}^{i+8} TC_k \quad (1)$$

La relation (1) montre que l'assureur peut « piloter » la performance des contrats en euros via les taux de capitalisation : en effet, une fois l'investissement initial de l'actif réalisé, l'impact des évolutions du marché des Emprunts d'Etats est secondaire.

### Hypothèses sur les périodes non encore connues

La modélisation effectuée suppose que les taux de rendement des OAT 8 ans et les taux de capitalisation sur les contrats en euros soient connus au cours des 8 années que dure l'investissement. Cela implique, qu'à compter du millésime 2007 (se terminant en 2015), nous devons formuler des hypothèses quant à l'évolution future de ces deux indicateurs.

Nous avons montré que les évolutions du marché des Emprunts d'Etat était secondaire : nous avons donc retenu un scénario « à la japonaise » au cours duquel le taux de rendement de l'OAT reste à son niveau actuel. Concernant les taux de capitalisation, nous avons étudié deux scénarii :

**SCENARIO 1 :** les taux de capitalisation s'alignent sur les taux moyens de l'OAT à 8 ans dès 2015,

**SCENARIO 2 :** pour tenir compte de l'inertie liée à l'environnement très compétitif de la distribution de contrats en euros, nous supposons que les taux de capitalisation suivent la tendance dictée par l'évolution de l'OAT 8 ans en avec une variation annuelle maximale de 30 bps (dans les conditions actuelles, ils atteignent le niveau du taux de l'OAT en 2020).

Année	Taux des OATs	Taux de capitalisation	
		SCENARIO 1	SCENARIO 2
2015	0,85%	0,85%	2,20%
2016	0,85%	0,85%	1,90%
2017	0,85%	0,85%	1,60%
2018	0,85%	0,85%	1,30%
2019	0,85%	0,85%	1,00%
2020	0,85%	0,85%	0,85%
2021	0,85%	0,85%	0,85%
2022	0,85%	0,85%	0,85%

Figure 1: Hypothèses d'évolution dans les scénarii 1 et 2

### III - Présentation des résultats

Dans chaque scénario décrit ci-avant et pour chaque millésime  $i$ , nous calculons en pourcentage du contrat  $C_i$ , le montant des  $PPB_i$  et donc de la contribution *ex-Post* de chaque millésime d'investissement au bilan de l'assureur.

	Taux des OAT (%)	SCENARIO 1			SCENARIO 2		
		$TC_i$ re-tenu (%)	Estimation $PPB_i$ 4 (%)	$PPB_i$ mesurée (%)	$TC_i$ re-tenu (%)	Estimation $PPB_i$ (%)	$PPB_i$ mesurée (%)
'00	5,31	5,30	5,75	5,40	5,30	5,75	5,40
'01	4,83	5,30	3,37	2,75	5,30	3,37	2,75
'02	4,71	4,80	4,00	3,44	4,80	4,00	3,44
'03	3,86	4,50	-1,33	-2,44	4,50	-1,33	-2,44
'04	3,84	4,40	-0,04	-0,92	4,40	-0,04	-0,92
'05	3,21	4,20	-3,58	-4,68	4,20	-3,58	-4,68
'06	3,75	4,10	2,14	1,58	4,10	2,14	1,58
'07	4,25	4,10	7,74	7,41	4,10	7,74	7,41
'08	4,03	3,90	9,24	8,98	3,90	7,89	7,31
'09	3,31	3,64	6,55	6,20	3,64	4,15	3,29
'10	2,75	3,38	4,83	4,52	3,38	1,68	0,78
'11	2,97	3,02	9,16	8,93	3,02	5,56	4,75
'12	2,03	2,91	3,76	3,45	2,91	0,01	-0,81
'13	1,70	2,80	3,18	2,93	2,80	0,57	-1,25
'14	1,65	2,50	-1,65	-1,87	2,50	-5,40	-5,97

Figure 2: Résultats obtenus via notre modélisation pour les deux scénarii d'évolution des taux de capitalisation

La contribution moyenne à la PPB est de **1,6%** par an pour les millésimes d'investissement de 2000 à 2007, pour lesquelles les données financières sont d'ores et déjà connues.

Dans le tableau, les chiffres en vert correspondent aux millésimes pour lesquels la provision pour participation aux bénéfices est supérieure au niveau moyen susmentionné. A l'inverse, les résultats en rouge indiquent les années de sous-performance.

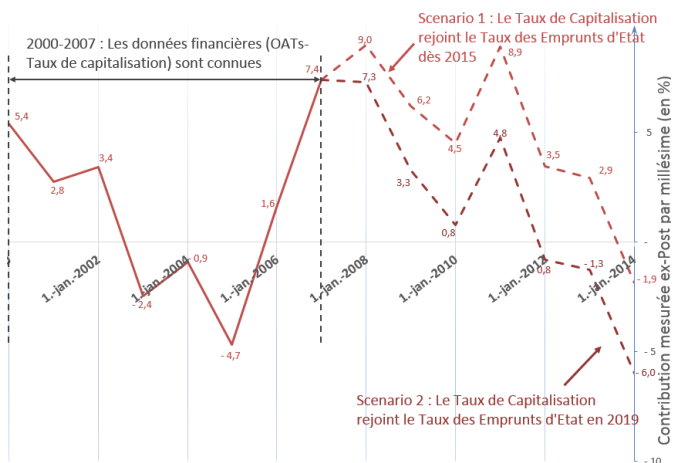


Figure 3: Evolution comparée de la performance des investissements réalisés dans les deux scénarii étudiés

### IV - Analyse des résultats obtenus et discussion

#### Analyse des résultats

Les résultats présentés dans le paragraphe précédent nous permettent de faire les deux observations suivantes :

- OBSERVATION 1 : Les investissements réalisés entre 2007 et 2011 seront vraisemblablement plus profitables que la moyenne. Cette surperformance s'explique par :
  - un **spread**  $TR_i-TC_i$  relativement **stable** sur cette période (entre 15 bps et -60 bps) ;
  - une **baisse régulière des taux d'intérêts** qui est structurellement avantageuse pour les investissements à taux fixe.
- OBSERVATION 2 : de manière quasi certaine, les millésimes démarrés entre 2012 et 2014 auront des performances inférieures à la moyenne des provisions pour participation aux bénéfices observées sur les années connues. En effet sur cette période le **spread**  $TR_i-TC_i$  diminue fortement et la baisse régulière des taux n'a plus cours (du fait de l'hypothèse d'évolution retenue).

#### Discussion

En supposant que le SCENARIO 2 d'investissement<sup>5</sup> soit finalement observé, l'OBSERVATION 2 faite ci-dessus met en exergue la difficulté de gérer ces contrats dans le contexte de marché actuel. Pour que les investissements réalisés en 2012, 2013 et 2014 aient une rentabilité équivalente à la moyenne de 1,7% calculée ci-avant, il faudrait que les taux d'OAT 8 ans baissent régulièrement d'en moyenne 15 bps<sup>6</sup> par an sur les 8 prochaines années. Cette situation reste peu probable compte tenu des historiques de taux sur les Emprunts d'Etat.

Néanmoins, au regard des très bonnes performances enregistrées sur les contrats en euros démarrés entre 2007 et 2011, il semble que les assureurs aient pu constituer des provisions suffisantes pour leur permettre de faire face à la situation actuelle et de continuer à proposer des niveaux de rémunération attractifs.

Pour conclure, le tableau ci-dessous présente nos analyses en fonction de l'évolution future des taux :

Evolution	Analyses
Baisse des taux	L'investissement à taux fixe permet aux assureurs de maintenir le <b>spread</b> $TR_i-TC_i$ à un niveau raisonnable (entre 0 et -50 bps) sur les prochaines années.
Hausse des taux	Il conviendra que les assureurs fassent attention à réduire le <b>spread</b> $TR_i-TC_i$ de manière à ne pas « sur-rémunérer » les investissements à taux fixe réalisés sur les années 2012 à 2014.

Figure 4: Recommandations en fonction de l'évolution des taux

D'une manière générale, comme nous l'avons montré (équation (1)), les assureurs ont la possibilité de piloter la performance de leurs investissements et de s'adapter aux fluctuations du marché pour optimiser leur gestion. Cette optionnalité leur garantit la souplesse nécessaire à la rentabilité de leur activité.

Après cinq années où l'évolution du marché est restée la même (baisse des taux), il convient, aujourd'hui, de revoir les stratégies de gestion et de rémunération des contrats en euros pour les adapter aux évolutions futures ■

4. Cette estimation est obtenue via l'équation (1), calculée ci-avant.

5. les premières publications de taux de capitalisation sur les contrats en euros pour 2014 ( $TC_{AxaFrance} \in [2,55\%; 3,05\%]$ ;  $TC_{GMF} = 3,05\%$ ;  $TC_{MACIF} \in [2\%; 2,8\%]$ ;  $TC_{MAAF} \in [2,1\%; 3,0\%]$ ;  $TC_{MIF} = 3,65\%$ ) semblent indiquer que la réalité s'approchera du SCENARIO 2.

6. ndlr : A ce rythme, le rendement de l'OAT 8 ans serait de 16 bps en 2022.